



Universidad Simón Bolívar
 Departamento de Matemáticas
 Puras y Aplicadas
 Ene-Mar 2006

Nombre: _____

Carnet: _____ Sección: _____

MA-3111—Segundo Parcial, lunes 20-02-2006, 34 %— 11:30 a.m.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE; $a, \omega \in \mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$u(x)$	$U(z)$
$u'_{gen}(x)$	$zU(z)$
$xu(x)$	$-U'(z)$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$

 \longrightarrow

$u(x)$	$U(z)$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(k)}(x)$	z^k
$H(x)$	$\frac{1}{z}$
$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$
$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$

 \longrightarrow

$u(x)$	$U(z)$
$H(x)e^{\alpha x}\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$H(x)\text{sen}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\text{cos}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\text{senh}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$H(x)\text{cosh}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 - \omega^2}$

1. (17 ptos.) En la parte (b) use transformadas de Laplace.

a) Usando el método de los residuos halle $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{e^z}{z^2-4}\right)$

b) Usando que $\frac{1}{(z^2+a^2)(z^2-b^2)} = \frac{1}{a^2+b^2}\left(-\frac{1}{z^2+a^2} + \frac{1}{z^2-b^2}\right)$, resuelva el problema

$$\begin{cases} y''(x) - 4y(x) = 2\text{senh}(5x-5) \\ y(1) = 0; y'(1) = 1 \end{cases}$$

2. (17 ptos.) Sea $f(x) = |\text{sen } x|$

a) Grafique la extensión 2π periódica de $f(x)$ en el intervalo $[0, 3\pi]$

b) Halle la serie de Fourier real de la extensión π periódica de $f(x)$.

c) Calcule el valor de las series: $A = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots$

$$B = \frac{1}{(1 \cdot 3)^2} + \frac{1}{(3 \cdot 5)^2} + \frac{1}{(5 \cdot 7)^2} + \dots$$